Универзитет у Крагујевцу
Природно-математички факултет
Експериментална вежба из
Атомске физике

Асистент: др Владимир Марковић

Вежба бр.1

Закон слабљења снопа ренгенског зрачења

Закон слабљења ренгенског зрачења има облик:

$$I = I_0 e^{-\mu x}. \qquad (1)$$

I је интензитет зрачења након проласка кроз слој метерије дебљине x са линеарним коефицијентом слабљења μ. Циљ ове вежбе је проверити ову законитост и одредити коефицијент слабљења рендгенског зрачења у алуминијуму. Од апаратуре је потребно: Телхометар (Tel x ometer), Гајгер Милеров бројач и хронометар. Вежба се изводи на следећи начин:

1. Поставити Гајгер Милеров бројач у положај 26 на спектрометарској ручици. ГМ бројач повезати са извором напона и скалером. Подесити прекидач високог напона на Телхометру на $30kV$.

2. Извршити колимацију снопа рендгенског зрачења користећи примарни колиматор отвора $1mm$. На спектрометријској ручици поставити секундарни колиматор од $2mm$ и секундарни колиматор од $1mm$.

3. Поставити све држаче алуминијумских фолија на пут рендгенског зрачења. На сваком држачу је назначена дебљина алуминијума, која износи редом $0.25mm$, $0.5mm$, $1mm$ и $2mm$. Водити рачуна да држачи алуминијумских фолија и секундарни колиматори буду **поравњани**, како би сте избегли заклањање (ово може бити узрок лошег експеримента). Почети од највеће могуће дебљине алуминијума и измерити број импулса у одређеном временском интервалу ($t = 20s$). За исту дебљину алуминијума поновити укупно седам мерења. Пет од седам измерених вредности ће нам користити за рачун, док

ће два мерења бити резервна. Затим смањити дебљину алуминијума за корак $0.25mm$ и поновити поступак мерења седам вредности за време од по $20s$. Поновити описани поступак мерења до дебљине алуминијума од $0.75mm$. Вредности записати у Табели 1 облика:

Табела 1. Мерни резултати

i	x_i	N_{i1}	N_{i2}	N_{i3}	N_{i4}	N_{i5}	N_{i6}	N_{i7}	$N_i = \frac{1}{5}\sum_{j=1}^{5} N_{ij}$	$\sigma_i = \sqrt{\frac{1}{5-1}\sum_{j=1}^{5}\left(N_{ij} - N_i\right)^2}$
1.										
2.										
3.										

4. По завршетку мерења импулса за све дебљине алуминијумских плочица, искључити теликсометар и мерити број импулса без извора зрачења, када испред ГМ бројача нема алуминијумских плочица. Приметићете да и када нема извора зрачења да мерите известан број импулса. То зрачење потиче од фона. Измерити фон зрачења, N_f за период од $t_f = 5\min$.

Израда вежбе

Приметили сте да и у случају када се извор рендгенског зрачења искњучен, бројач приказује и даље неки мали број импулса. То зрачење се назива фон и природног је порекла. Може имати више компоненти. Једна од компоненти природног зрачења је „космичко зрачење“. Космичко зрачење чини флукс брзих наелектрисаних честица и фотона који улећу у земљину атмосферу где интерагују са атомима и молекулима гасова који чине атмосферу. При томе одиграва се низ процеса интеракције у којима се креира велики број честица, тј. долази до стварања пљускова честица. Други део природног зрачења потиче од радиоактивних атома који се налазе у околним предметима. Скоро сви предмети који нас окружују садрже извесне количине природних радионуклида који припадају неком од природних радиоактивних низова ^{238}U, ^{235}U или ^{232}Th. Поред њих у природи постоје и други радиоактивни изотопи који не припадају ни једној од ових серија, као на пример ^{40}K и ^{14}C.

Брзина бројања, тј. интензитет зрачења који потиче од фона се може одредити као

$$I_f = \frac{N_f}{t_f} \tag{2}$$

Како мерена величина N_f има Гаусову расподелу, грешку **једне** измерене величине можемо добити као стандардну девијацију Гаусове расподеле где предпостављамо да измерена величина представља средњу вредност. Тако је $\sigma_f = \sqrt{N_f}$.

Приликом мерења интензитета зрачења за одређену дебљину алуминијумских плочица, мерења смо понављали по седам пута за исту дебљину плочица. Мерење се поновља како би имали пет вредности импулса које ћемо усредњити и још два резервна мерења. Ово је неопходно како би могли да проверимо козистентност мерних резултата. За то ћемо користити Chauvennet-ов критеријум који гласи:

Количник апсолутне вредности девијације појединачног мерења и стандардне девијације серије мерења не сме да прелази одређену вредност утврђену за дату серију мерења, тј.

$$\frac{\Delta x_i}{\sigma_n} \leq q\ , \tag{2}$$

Тј. у нашој нотацији Chauvennet-ов критеријум гласи:

$$\frac{\left|N_{ij} - N_i\right|}{\sigma_i} \leq q \tag{3}$$

где је $q = 1.65$ за серију од пет мерења.

Како би применили Chauvennet-ов критеријум потребно је израчунати $\left|N_{ij} - N_i\right|$ и проверити критеријум (3). За ту сврху направити за сваку серију мерења табелу облика:

Табела 2. Обрада резултата

i	$\left\|N_{ij}-N_i\right\|$	$\frac{\left\|N_{ij}-N_i\right\|}{\sigma_i}$
вредност N_{i1}		
вредност N_{i2}		
вредност N_{i3}		
вредност N_{i4}		
вредност N_{i5}		

У случају да је неједначина (3) задовољена, за дебљину x_i можемо узети средњи број импулса N_i (ово смемо урадити зато што је временски интервал сваког мерења исти; да није не би смо користили N усредњено већ I усредњено; објаснити). У супротноме, N_{ij} које највише одступа од средње вредности и за које није испуњен критеријум (3), треба заменити са првом резервном вредности и поновити поступак провере.

По провери сваке серије мерења добили смо исправне средње вредности мерења за сваку дебљину алуминијума са припадајућим грешкама израженим преко стандардне статистичке грешке, $N_i \pm \frac{\sigma_i}{\sqrt{5}}, i=\overline{1,n}$, где је n укупан број мерених тачака (овај број не сме бити мањи од 10).

Оно што смо утврдили у ранијем тексту је да поред извора рендгенског зрачења који користимо, постоји и додатни извор зрачења, тј. фон. Због тога, оно што меримо у експерименту, представља суму интрнзитета зрачења од извора рендгенског зрачења и фона:

$$I_{mereno} = I_{izvora} + I_{fon} \qquad (4)$$

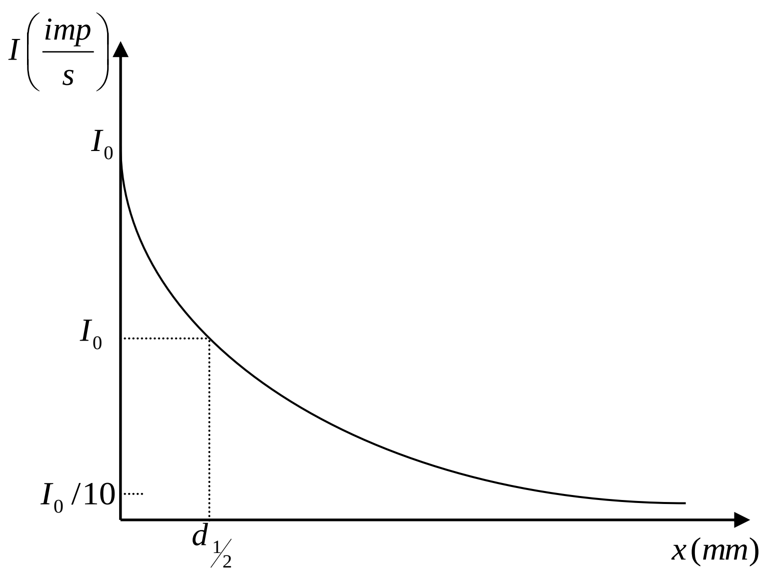
Одакле је:

$$I_{izvora} = I_{mereno} - I_{fon} \qquad (5)$$

Једноставности ради означимо I_{izvora} са I. Сада можемо писати да је за одређену дебљину алуминијума x_i, интензитет зрачења само од извора рендгенског зрачења (у даљем тексту извора):

$$I_i = \frac{N_i}{t} - \frac{N_f}{t_f} \qquad (6)$$

За сваку од дебљина треба одредити I_i и припадајућу грешку. На основу тога нацртати график зависности $I(x)$ са припадајућим грешкама. График треба да изгледа као на слици:



Слика 1. График зависности интензитета зрачења од дебљине алуминијума

На графику су додате следеће значајне тачке (не цртају се на графику, овде су дате ради објашњења појмова):

- I_0 - брзина бројања, тј. интензитет зрачења у случају да је дебљина алуминијума једнака нули. Ова тачка се добија екстраполацијом до пресека графика са y-осом. Ова тачка се не мери, јер би при директном излагању ГМ бројача снопу, због великог интензитета зрачења могло доћи до оштећења бројача. Као би одредили I_0 екстраполирамо криву и нађемо пресек са y - осом. Како је тешко екстраполирати експоненцијалну функцију, мерне тачке можемо унети у MS Office Excel и извршити експоненцијално фотовање и на тај начин добити прецизну вредност I_0.

- $d_{1/2}$ -дебљина полуапсорпције. То је она дебљина алуминијума која интензитет зрачења смањи на половину.
- $d_{10\%}$ -дебљина алуминијума која интензитет зрачења смањи на 10% од почетног интензитета зрачења.

Са графика на Слици 1 је потребно скинути вредност I_0.

Извршимо сада линеаризацију једначине $I = I_0 e^{-\mu x}$. Можемо писати следеће:

$$\frac{I}{I_0} = e^{-\mu x}, \tag{7}$$

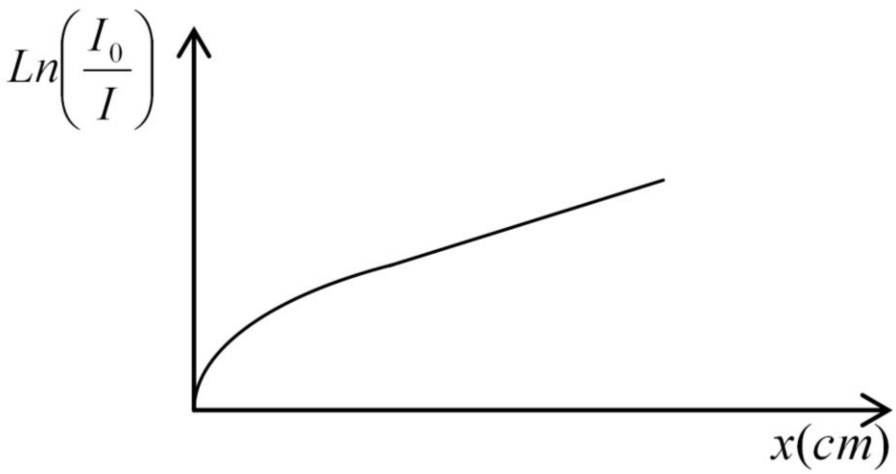
тј.

$$\ln\left(\frac{I}{I_0}\right) = -\mu x, \tag{8}$$

тј.

$$\ln\left(\frac{I_0}{I}\right) = \mu x \tag{9}$$

Следеће што је потребно урадити је нацртати график зависности $\ln\left(\frac{I_0}{I}\right)$ од дебљине алуминијума. На графику нацтати грешке мерних тачака (error barc). Уколико су грешке мерених тачака мање од вредности најмањег подеока на милиметарском папиру, као грешку нацртати најмањи подеок милиметарског папира. Коефицијент правца праве је управо коефицијент слабљења и може се одредити са овог графика. Уколико се интензитет зрачења мери до малих дебљина алуминијума уочиће се нелинеарна зависност која је приказана на Слици 2.



Слика 2. График зависности брзине бројања од дебљине алуминијума, где се види ефекат отврдњавања зрачења.

Уместо праве која се очекује добија се закривљена линија у делу малих дебљина. Ово је последица чињенице да рендгенско зрачење постаје продорније (или са мањим коефицијентом слабљења) како пролази кроз алуминијум. Објашњење ове појаве се сатоји у следећем. Зрачење које емитује рендгенска цев није моноенергетско, већ је смеша електромагнетских таласа разних таласних дужина; због тога хетерогено рендгенско зрачење називамо „бело“. Зрачење мањих енергија (меко X-зрачење) се више апсорбује при продирању кроз неки материјал. Тако средња енергија зрачења расте како зрачење продире у дубину. Ова појава се зове „отврдњавање“ снопа X-зрачења.

У овом експерименту нећемо ићи до малих дебљина рендгенског зрачења, где очекујемо да и меко рендгенско зрачење продре кроз алуминијум. На тај начин ћемо у снопу већ имати тврдо зрачење, тако да не очекујемо интензивно одступање од линеарности и можемо га занематири.

Сада можемо скинути коефицијент правца праве са графика. То ћемо урадити на два начина. Графичком методом и методом најмањих квадрата.

Графичка метода

Како би смо скинули коефицијент правца праве графичком методом, потребно је прво повући праву која ће пролазити између мерних тачака и пресецати грешке тачака. Уколико та права пролази кроз тачку $O(0,0)$, узећемо ову тачку као сигурну тачку која нема грешку. Другу тачку, $B(y_B, x_B)$ бирамо између крајње две тачке на другом крају графика. Тако је:

$$k = \frac{y_B}{x_B}. \tag{10}$$

Грешка је
$$\frac{\Delta k}{k} = \frac{\Delta y_B}{y_B} + \frac{\Delta x_B}{x_B}. \tag{11}$$

Грешке Δx_B и Δy_B налазимо на основу грешака суседних тачака, тако што бирамо већу грешку суседних мерних тачака по x и y оси посебно. Уколико су грешке мање од величине најмањег подеока на милиметарском папиру, узети као грешку најмањи подеок милиметарског папира.

Уколико график не пролази идеално кроз координатни почетак, коефицијент правца наћи на основу две тачке $A(x_A, y_A)$ и $B(y_B, x_B)$, које се бирају између прве и друге и последње и предпоследње мерене тачке. По аналогији на горњи случај одредити коефицијент правца и одговарајућу грешку коефицијента правца.

Изразити коефицијент слабљења рендгенског зрачења са апсолунтном грешком и одредити релативну грешку мерења.

Израчунати дебљину полуапсорпције, дебљину која ће интензитет зрачења смањити на 10% почетног интензитета, дебљину која ће интензитет зрачења смањити на вредност фона и дебљину која ће у потпуности зауставити зрачење.

Напр. дебљину полуапсорпције можемо одредити на следећи начин. Када је $x = d_{1/2}$ тада је $I = \frac{I_0}{2}$. Заменом у закон слабљења рендгенског зрачења, добија се:

$$\frac{I_0}{2} = I_0 e^{-\mu d_{1/2}}, \tag{12}$$

одакле је
$$d_{1/2} = \frac{\ln 2}{\mu}. \tag{13}$$

На аналоган начин одредити и остале величине које се траже, као и њихове апсолутне и релативне грешке.

Напомена.

Грешке величина изразити на првој сигурној цифри. Грешке се заокружују методом мајоризације грешака. Како би сте грешку заокружили на првој сигурној цифри поребно је да резултат грешке запишете са две ненулте цифре и затим заокружите првој. Напр:

$\Delta y = 0.031 \approx 0.04$

$\Delta y = 0.039 \approx 0.04$

$\Delta y = 0.030 \approx 0.03$

Физичку величину заокружити на оној цифри на којој је прва сигурна цифра грешке. Да би сте то урадили резултат морате написати са једном децималом више од прве сигурне цифре грешке и онда га заокружити. Напр:

$y = 0.123 \approx 1.12$

Метода најмањих квадрата

Методом најмањих квадрата тражимо ону праву која најмање одступа од свих тачака. Како у нашем случају дебљина алуминијума није мерена величина, неће имати грешку. На другој страни вредности на y оси графика зависности $\ln\left(\frac{I_0}{I}\right)$ од x имају грешке које се разликују за сваку мерну тачку. Изједначимо грешку величине $\ln\left(\frac{I_0}{I}\right)$ са њеним стандардним одступањем од средње вредности, тј. нека је

$$\Delta\left[\ln\left(\frac{I_0}{I_i}\right)\right] = \frac{1}{N_i} \tag{14}$$

Права коју тражимо методом најмањих квадрата, нека је облика:

$$y = ax + b \tag{15}$$

Уведимо величине:

$$\tilde{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \frac{x_i}{\sigma_i^2}}{\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{\sigma_i^2}} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i \omega_i}{\sum_{i=1}^{n} \omega_i}, \omega_i = \frac{1}{\sigma_i^2}$$

$$\tilde{y} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \frac{y_i}{\sigma_i^2}}{\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{\sigma_i^2}} = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i \omega_i}{\sum_{i=1}^{n} \omega_i},$$

$$\tilde{x^2} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \frac{x_i^2}{\sigma_i^2}}{\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{\sigma_i^2}} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^2 \omega_i}{\sum_{i=1}^{n} \omega_i},$$

$$\tilde{xy} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \frac{x_i y_i}{\sigma_i^2}}{\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{\sigma_i^2}} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i y_i \omega_i}{\sum_{i=1}^{n} \omega_i} \tag{16}$$

На основу горе дефинисаних величина коефицијент правца прве и одсечак можемо израчунати као:

$$a = \frac{\tilde{xy} - \tilde{x}\,\tilde{y}}{\tilde{x^2} - \tilde{x}^2} \qquad b = \tilde{y} - a\tilde{x} \tag{17}$$

Треба напоменути да у случају када су све грешке y-осе међусобно једнаке, тј. $\sigma_i = \sigma$, горња нотација поприма облик

$$\tilde{x} = \bar{x},\ \tilde{y} = \bar{y},\ \tilde{y^2} = \overline{y^2}\ \text{и}\ \tilde{xy} = \overline{xy}, \tag{18}$$

тј. утежњене вредности прелазе у средње вредности.

Такође је потребно проценити грешке величина одређене овом методом:

$$\sigma^2(a) = \frac{1}{\sum_{i=1}^{n} \omega_i} \cdot \frac{1}{\tilde{x^2} - \tilde{x}^2} \tag{19}$$

$$\sigma^2(b) = \frac{1}{\sum_{i=1}^{n}\omega_i} \cdot \frac{\widetilde{x^2}}{\widetilde{x^2} - \tilde{x}^2} \tag{20}$$

У случају када је $\sigma_i = \sigma$ добијамо:

$$\sigma^2(a) = \frac{\sigma^2}{n} \cdot \frac{1}{\overline{x^2} - \overline{x}^2} \tag{21}$$

$$\sigma^2(b) = \frac{\sigma^2}{n} \cdot \frac{\overline{x^2}}{\overline{x^2} - \overline{x}^2} \tag{22}$$

Изразити вредност коефицијента слабљења рендгенског зрачења израчунатог методом најмањих квадрата у границама једне стандардне девијације.